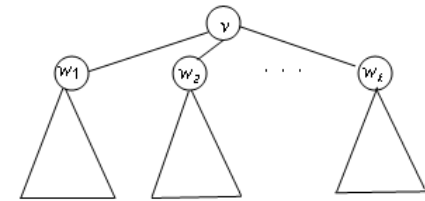


## Smax Solution

- **Phát biểu bài toán:** Cho đa giác lồi  $n$  đỉnh  $M_1M_2\dots M_n$ . Biết tọa độ của đỉnh  $M_i(x_i, y_i)$ . Đa giác được chia ra thành  $n-2$  tam giác nhờ vẽ  $n-3$  đường chéo không cắt nhau trong đa giác. Mỗi đường chéo được cho bởi chỉ số của hai đỉnh đầu mút.
- **Yêu cầu:** Hãy tìm cách chọn ra một số tam giác đôi một không chung cạnh sao cho tổng diện tích của các tam giác được chọn là lớn nhất.
- **Hạn chế:**  $n \leq 500$
- **Mô hình:** Xây dựng đồ thị  $G$  với các đỉnh tương ứng với các tam giác. Hai đỉnh có cạnh nối nếu như hai tam giác tương ứng với chúng có chung cạnh. Mỗi đỉnh  $v$  của đồ thị được gán với trọng số là diện tích của tam giác tương ứng với nó. Bài toán dẫn về tìm tập con  $V^*$  các đỉnh của đồ thị  $G$  sao cho hai đỉnh bất kỳ không có cạnh nối và đồng thời tổng trọng số của các đỉnh được chọn (ta gọi là trọng số của  $V^*$ ) là lớn nhất.

- Bài toán có tên gọi: **Bài toán tập độc lập lớn nhất trên đồ thị.**
- Nếu  $G$  là đồ thị tổng quát thì hiện tại chưa có thuật toán hiệu quả để giải. Tuy nhiên, ở đây có thể nhận thấy là  $G$  là một cây nên ta có thể áp dụng quy hoạch động để giải nó.



- Biểu diễn cây dưới dạng cây có gốc.
- Xét đỉnh  $v$  tùy ý với  $k$  con  $w_1, w_2, \dots, w_k$ . Ta có thể tạo tập độc lập của cây con gốc tại  $v$  theo hai cách, phụ thuộc vào việc ta có chọn đỉnh  $v$  vào tập độc lập hay không:

- Nếu không chọn  $v$  vào tập độc lập, thì ta có thể kết hợp các tập độc lập của các cây con gốc tại  $w_1, w_2, \dots, w_k$  để tạo tập độc lập gốc tại  $v$ , bởi vì không có cạnh nối giữa các cây con này.
- Còn nếu ta chọn  $v$  vào tập độc lập thì ta chỉ có thể sử dụng các tập độc lập không chứa gốc của các cây con tương ứng với  $w_1, w_2, \dots, w_k$ , do  $v$  và bất kỳ con  $w_j$  nào của nó không được cùng chọn vào tập độc lập.

- Với mỗi đỉnh  $v$  ta ký hiệu:
  - $big(v)$  = trọng lượng lớn nhất của tập độc lập của cây con có gốc tại  $v$ ,
  - $bignotroot(v)$  = trọng lượng lớn nhất của tập độc lập không chứa  $v$  của cây con có gốc tại  $v$ .
- Tại đỉnh  $v$ , thuật toán sẽ gọi đệ qui tính  $big(w_i)$  và  $bignotroot(w_i)$  với mỗi cây con gốc tại các con  $w_1, w_2, \dots, w_k$  của  $v$ . Sau đó tính  $bignotroot(v)$  và  $big(v)$  sử dụng công thức đệ qui tương ứng với hai tình huống mô tả ở trên:

$$bignotroot(v) = \sum_{i=1}^k big(w_i)$$

$$big(v) = \max \{bignotroot(v), c(v) + \sum_{i=1}^k bignotroot(w_i)\}$$

- Thuật toán qui hoạch động tìm tập độc lập lớn nhất trên cây:

**function MaxISTree(r);**

(\* Tìm tập độc lập của cây con gốc tại r \*)

(\* Con(r) - danh sách các con của gốc r \*)

(\* Chau(r) - danh sách các cháu của gốc r \*)

**if** Con(r) =  $\emptyset$  **return** c(r) (\* r là lá \*)

**else** {

    bignotroot:=0;

**for** w  $\in$  Con(r) **do**

        bignotroot = bignotroot + MaxISTree(w);

    bigr = c(r);

**for** u  $\in$  Chau(r) **do**

        bigr = bigr + MaxISTree(u);

**return** max(bignotroot, bigr);

}

- **Đệ qui có thời gian tính hàm mũ**
- **Viết đệ qui có nhớ để có thuật toán  $O(n^2)$ .**